مذكرة

أساليب التنبؤ الإحصائي

شرح كل فصول الكتاب، من الأول للسادس، وبدون تعقيد

الفصول: مقدمة في التنبؤ ← الطرق البسيطة والتمهيد الأسي وماركوف ← الانحدار الخطي ← الانحدار غير الخطي ← السلاسل الزمنية ← المنتجات الجديدة (ATAR وباس)

إزاي تذاكر من المذكرة دي؟

الفكرة الكبيرة

المذكرة دي بتمشي ورا الكتاب فصل فصل. كل فصل فيه: **الفكرة الكبيرة**، القوانين، أمثلة محلولة بالخطوات، **أخطاء شائعة**، وملخص آخر الفصل. ولو لقيت علامة يبقى ده خطأ مطبعي في الكتاب نفسه، أنا صلحته بعد ما راجعت الحسابات بالكمبيوتر.

العلامة	معناها
الفكرة الكبيرة	الفكرة في جملتين، لو فهمتها الباقي سهل
احفظها	قانون أو تعريف لازم يتحفظ
مثال	مثال من الكتاب بحله خطوة خطوة
انتبه	حتة الطلبة بيغلطوا فيها
تصحيح	خطأ مطبعي أو حسابي مطبوع في الكتاب وده الصح
إضافة مني	شرح أو تبسيط من عندي ومش مكتوب في الكتاب
تشبيه	تشبيه من الحياة عشان الفكرة تثبت

أهداف المقرر (ص12)

- فهم أساسيات التنبؤ الإحصائي وأهميته في الاقتصاد والإدارة والهندسة وغيرها.
- التعرف على أهم أساليب التنبؤ الوصفية (النوعية) والكمية.
- بناء واختبار نماذج تنبؤ بأساليب إحصائية متعددة.
- تحليل البيانات الزمنية (السلاسل الزمنية).
- تقييم دقة التنبؤات بمعايير زي MSE و RMSE.
- ربط الكلام النظري بحالات واقعية.

خريطة الكتاب

الفصل	الموضوع	صفحات الكتاب	هتخرج منه بإيه؟
1	مقدمة في التنبؤ	15-37	تعرف التنبؤ، أنواعه، خطواته، وإزاي تقيس الخطأ
2	الطرق البسيطة، المتوسطات المتحركة، التمهيد الأسي، ماركوف	40-78	تتنبأ بطرق سريعة من غير نموذج رياضي تقيل
3	الانحدار الخطي البسيط والمتعدد	81-143	تبني معادلة وتختبرها وتتنبأ بيها
4	الانحدار غير الخطي	146-171	تحوّل المنحنى لخط مستقيم باللوغاريتم
5	السلاسل الزمنية	173-238	تفصل الاتجاه والموسمية والدورية والعشوائية
6	التنبؤ بالمنتجات الجديدة	241-255	نموذج ATAR ونموذج باس
—	الجداول الإحصائية والمراجع	256-271	F و χ^2 وغيرهم
—	توصيف المقرر	272-282	الجدول الدراسي والتقييم

توزيع الدرجات (ص280)

التقييم	الدرجة	التوقيت
أعمال فصلية (تكليفات)	20	الأسبوع 4
امتحان منتصف الفصل (ميدترم)	20	الأسبوع 8
امتحان نهائي تحريري	60	الأسبوع 15

انتبه

جدول الكتاب (ص280) بيكتب النسبة المئوية للتلاتة «20%»، لكن الدرجات 20 و20 و60 يعني النسب الفعلية 20% و20% و60% من 100. دي غالبا غلطة مطبعية في عمود النسبة.

الفصل 1

مقدمة في التنبؤ

ليه بنتنبأ؟ وإزاي نختار الطريقة؟ وإزاي نعرف إن التنبؤ كويس؟

بيغطي صفحات 15-37 من الكتاب

1) يعني إيه تنبؤ ولماذا مهم؟

الفكرة الكبيرة

التنبؤ هو استخدام **بيانات الماضي والحاضر** لتقدير **قيمة حاجة في المستقبل** (مبيعات، أسعار، طقس...). أي قرار بيتاخد النهارده أثره بكره، فمن غير تنبؤ بنمشي بعيون مقفولة.

تشبيه

تخيل صاحب محل ملابس: لو مش عارف هيبيع كام في رمضان، يا يشتري كتير ويفضل عليه، يا يشتري قليل ويخسر زباين. التنبؤ هو اللي بيقلل الضرب في الضلمة.

مجالات استخدام التنبؤ (ص16-17)

- **الاقتصاد والمال:** سعر الصرف، الدخل الموجه للاستثمار، الصادرات والواردات والإيرادات والأجور والأرباح، ومعدلات التضخم.
- **الأرصاد الجوية:** درجات الحرارة وكميات الأمطار والرطوبة والضغط الجوي.
- **الطب:** درجة حرارة المريض وضغط الدم وأعداد الوفيات بسبب مرض.
- **الصناعة:** كمية الإنتاج.
- **العلوم العسكرية:** تطور فصائل القوات المسلحة.

2) أنواع التنبؤ حسب المدى الزمني

النوع	المدى	بيستخدم في
قصير المدى	لحد حوالي 3 شهور	الجدولة والمخزون وخطط التشغيل اليومية
متوسط المدى	من 3 شهور لسنتين تقريبا	الميزانيات وخطط المبيعات
طويل المدى	أكتر من سنتين	التوسع وبناء المصانع والاستراتيجية

إضافة مني (مش في الكتاب)

حدود المدة (3 شهور / سنتين) أقرب لتقسيم متعارف عليه، ممكن تختلف من مرجع لمرجع. المهم تعرف الترتيب: كل ما المدى يطول الدقة بتقل.

3) إزاي نختار طريقة التنبؤ؟ (ست أسئلة)

- إيه الغرض من التنبؤ وهيتستخدم في إيه؟
- البيانات المتاحة كافية ودقيقة ولا لأ؟
- المدى الزمني المطلوب قد إيه؟
- الدقة المطلوبة قد إيه؟
- التكلفة والوقت المتاحين؟
- الخبرة والأدوات المتاحة عندنا؟

إضافة مني (مش في الكتاب)

الأسئلة دي ملخصة لروح الكتاب (اختيار الطريقة حسب الغرض والبيانات والمدى والدقة والتكلفة). راجع ص18-20 لو عايز صياغة المدرس بالظبط.

4) طرق التنبؤ: نوعية وكمية

أ) الطرق النوعية (الوصفية) — لما مفيش بيانات كفاية

الطريقة	فكرتها
الحدس (Intuition)	اعتماد على خبرة وإحساس الشخص. سريعة بس شخصية.
المقارنات	مقارنة بحالة مشابهة حصلت قبل كده في سوق أو بلد تاني.
لجنة الخبراء	مجموعة خبراء بيتناقشوا ويطلعوا بتقدير جماعي.
أسلوب دلفي (Delphi)	استبيانات متكررة على الخبراء بدون ما يشوفوا بعض، ونرجع لهم بنتايج الجولة السابقة لحد ما الآراء تتقارب. الكتاب بيشرحه في 4 خطوات.
شجرة التكنولوجيا	تتبع مسار التطور التكنولوجي من هدف المستقبل رجوعا.
البحث المورفولوجي	تقسيم المشكلة لأبعادها وتجريب كل التوليفات الممكنة.
استطلاع قوة البيع / رأي المستهلكين	بنسأل مندوبي المبيعات أو العملاء عن توقعاتهم.

تشبيه

أسلوب دلفي زي ما تكون عملت جروب واتساب خبراء، كل واحد يكتب رأيه لوحده من غير ما حد يتأثر بصوت صاحب الصوت العالي، وبعدين تعرض عليهم المتوسط وتسألهم تاني.

ب) الطرق الكمية — لما فيه بيانات

- **طرق تاريخية (سلاسل زمنية):** بتفترض إن اللي حصل زمان هيكمل: متوسطات متحركة، تمهيد أسي، تحليل السلاسل.
- **طرق سببية (Causal):** بتربط المتغير المطلوب بمتغيرات تانية بتأثر فيه: الانحدار.
- **طرق غير مباشرة:** بتتنبأ بحاجة من خلال مؤشرات تانية مرتبطة بيها.

انتبه

التنبؤ «فن» قبل ما يكون علم، يعني حتى أحسن نموذج محتاج حكم شخصي وخبرة عشان تفسر النتيجة.

5) افتراضات التنبؤ الأربعة

1. العلاقة اللي كانت موجودة في الماضي **هتفضل مستمرة** في المستقبل.
2. التنبؤات **نادرا ما تكون مظبوطة 100%**.
3. دقة التنبؤ **بتقل** كل ما المدى الزمني يطول.
4. التنبؤ **الجماعي** (تجميع أكتر من توقع) أدق من التنبؤ الفردي.

6) خطوات عملية التنبؤ السبعة

1. تحديد الهدف من التنبؤ.
2. تحديد المتغيرات المطلوب التنبؤ بيها.
3. جمع البيانات.
4. فحص البيانات وتنظيفها.
5. التحليل المبدئي لفهم المتغيرات (زي التحليل التجزيئي لتحديد قوة الاتجاه العام وباقي مكونات السلسلة).
6. اختيار النموذج وتوفيقه وتحسينه بناء على نتايج الخطوة السابقة.
7. مراقبة التوقعات وتقييم أدائها، ولو مش كويس نرجع للخطوة الثالثة ونختار طريقة جديدة.

إضافة مني (مش في الكتاب)

صياغة الخطوات 1-4 من عندي بحسب سياق الكتاب، أما الخطوات 5-7 فهي كما وردت في ص25.

7) التنبؤ والميزانية

الفكرة الكبيرة

كل شركة عندها «هرم» من التنبؤات والميزانيات. **توقعات المبيعات هي الخطوة الأولى** لأن باقي الميزانية بيتبني عليها: بنحدد حجم الإنتاج المتوقع، وبعدين نقدر تكاليف التصنيع ونفقات التشغيل، وبعدها القوائم المالية.

8) قياس خطأ التنبؤ

احفظها

الخطأ لفترة t: $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ (الفعلي ناقص المتنبأ به).

$ME = \Sigma e / n$ متوسط الخطأ (الإشارات بتلغي بعض).

$MAD = \Sigma|e| / n$ متوسط الخطأ المطلق.

$MSE = \Sigma e^2 / n$ متوسط مربعات الخطأ (الكتاب بيرمز له MAE في مكان).

$RMSE = \sqrt{MSE}$.

مثال 1-1: متوسط الخطأ ME

المبيعات 6500, 7628, 9289, 10577, 14720. لو التنبؤ لكل سنة هو قيمة السنة اللي قبلها يبقى الأخطاء: 1128، 1661، 1288، 4143. مجموعها 8220 ومتوسطها = 8220 ÷ 4 = **2055**.

مثال 1-2 و1-3: MAD و MSE

البيانات 1000، 1500، 1250، 1370، 1900، 1800 بنفس الفكرة. الأخطاء: 500, -250, 120, 530, -100.

مجموع |e| = 1500 ← **MAD = 300** (الكتاب بيحسبه على 5 أخطاء، وده المظبوط لأن 1500÷5 = 300).

مجموع e^2 = 617800 ← **MSE = 123560**.

طيب ليه MAD ≠ ME؟ لأن الأخطاء السالبة والموجبة بتلغي بعض في ME. $ME = 160$ بس MAD أصدق في قياس حجم الخطأ.

إشارة التتبع (Tracking Signal)

احفظها

$TS = \Sigma e / MAD$

لو TS بين **−3.75** و **+3.75** يبقى التنبؤ تحت السيطرة. لو خرج برة الحدود يبقى فيه انحياز (دايما بنزود أو بننقص) ولازم نراجع النموذج.

مثال 1-4

من المثال ده: Σe = 800 تقريبا و TS = 800/300 = **2.666** ← MAD = 300 وده جوه الحدود ±3.75 فالتنبؤ مقبول.

إضافة مني (مش في الكتاب)

إشارة TS موجبة كبيرة (فوق 3.75) معناها إن التنبؤ بيطلع أقل من الفعلي باستمرار، وسالبة كبيرة معناها إفراط مستمر في التنبؤ (ص35).

ملخص الفصل الأول

- التنبؤ = تقدير المستقبل من الماضي، مهم لكل قرار.
- نوعية (دلفي، خبراء، حدس...) وكمية (تاريخية وسببية).
- 4 افتراضات و7 خطوات.
- قياس الخطأ: ME وMAD وMSE وTS بحدود ±3.75.

اختبر نفسك (تمارين الفصل ص37)

راجع تمارين ص37: عرّف التنبؤ، فرّق بين الطرق الكمية والنوعية، واحسب ME وMAD وMSE وTS لبياناتك.

الفصل 2

الطرق البسيطة، المتوسطات المتحركة، التمهيد الأسي، وسلاسل ماركوف

طرق سريعة وبسيطة بتفيد لما البيانات قليلة

بيغطي صفحات 40-78 من الكتاب

1) النماذج الساذجة (Naive)

الفكرة الكبيرة

أبسط تنبؤ: «بكره زي النهارده». أو «بكره = النهارده + اللي زاد من امبارح». أو «بكره = النهارده × نسبة النمو الأخيرة».

النموذج	القانون	معناه
1	$\hat{Y}_{t+1} = Y_t$	نفس آخر قيمة
2	$\hat{Y}_{t+1} = Y_t + (Y_t - Y_{t-1})$	نكمل بنفس الزيادة
3	$\hat{Y}_{t+1} = Y_t \cdot (Y_t / Y_{t-1})$	نكمل بنفس نسبة النمو

مثال 2-1

البيانات: 6500، 7628، 9289، 10577، 14720.

النموذج 1: التنبؤ = **14720**.

النموذج 2: 14720 + (10577 − 14720) = **18863**.

النموذج 3: 14720 × (10577 ÷ 14720) = **20485.81**.

2) المتوسطات المتحركة (Moving Averages)

الفكرة الكبيرة

المتوسط المتحرك بيمسح التذبذب العشوائي ويورّيك الاتجاه العام. بناخد متوسط آخر k قيمة، ولما قيمة جديدة تيجي بنرمي الأقدم.

المتوسط المتحرك البسيط

- **k فردي (مثلا 3):** بنحط المتوسط قدام الفترة اللي في النص.
- **k زوجي (مثلا 4):** المتوسط بيقع بين فترتين، فبناخد متوسط كل متوسطين متجاورين ← **المتوسط المتحرك المركزي** عشان يتحط قدام فترة فعلية.
- **العيوب:** بنخسر قيم من أول وآخر السلسلة، بيعامل كل القيم بنفس الوزن، ومينفعش مع الاتجاه القوي.

مثال 2-2: أرباح شركة 1995-2004 (ص46-50)

بنحسب متوسط 3 سنين، ومتوسط 4 سنين (مجموع 4 سنين، متوسطها، والمركزي):

السنة	الربح	MA(3) عند السنة	مجموع 4	MA(4)	المركزي
1995	724	—	—	—	—
1996	840	865.000	—	—	—
1997	1031	897.000	3415	853.75	864.875
1998	820	888.000	3504	876.00	908.875
1999	813	912.000	3767	941.75	921.750
2000	1103	929.000	3607	901.75	919.250
2001	871	978.000	3747	936.75	978.250
2002	960	992.000	4079	1019.75	1003.125
2003	1145	1025.000	3946	986.50	—
2004	970	—	—	—	—

ملاحظة: متوسط 4 سنين بيتحط بين سنتين؛ مثلا 853.75 بين 1996 و1997 والمركزي 864.875 يتحط قدام 1997.

التنبؤ باستخدام المتوسط المتحرك

تنبؤ سنة 2005 من أرباح المثال السابق

بسيط (4 سنين): المتوسط الأخير = (813+... آخر 4 قيم 871+960+1145+970)/4 = **986.5**.

بأوزان خطية (4,3,2,1)/10: (4×970 + 3×1145 + 2×960 + 1×871)/10 = **1010.6**. الأحدث وزنه أكبر.

احفظها

أوزان خطية لـ 3 فترات: (3,2,1)/6. أوزان أسية: $w_i = \lambda^i$ (الأحدث وزنه 1 وكل ما نرجع لورا نضرب في λ).

مثال الأوزان الأسية (λ = 0.7)

الأوزان: 1، 0.7، 0.49، 0.343، 0.2401. مجموعها = 2.7731. لو القيم من الأحدث للأقدم 240، 230، 250، 220، 200 يبقى المتوسط الموزون = Σ(قيمة × وزن) ÷ Σ الأوزان = 646.98 ÷ 2.7731 = **233.31**.

(الأرقام بتاعة القيم هنا اخترتها أنا لتوضيح الطريقة عملياً، الكتاب بيعرض حاصل جمع حدود زي 240+161+122.5+75.46+48 لنفس الفكرة).

3) التمهيد الأسي (Exponential Smoothing)

الفكرة الكبيرة

بدل ما نرمي القيم القديمة فجأة زي المتوسط المتحرك، **بنقلل وزنها بالتدريج**. التنبؤ الجديد = جزء من الفعلي الأخير + الباقي من التنبؤ القديم.

احفظها

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha \cdot Y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{Y}_t$$

α بين 0 و1. القيمة الابتدائية $\hat{Y}$ بتتاخد = **متوسط أول ثلث (أو نص) البيانات**.

طبيعة البيانات	α المناسبة
مستقرة	0.9 – 0.6
متذبذبة معتدلة	0.6 – 0.4
شديدة التذبذب	0.3 – 0.1
تنبؤ قصير المدى	0.95 – 0.8

انتبه

الكتاب بيعرض الجدول ده كإرشاد لاختيار α. أحسن α هي اللي بتدّي أقل MSE، ولازم تجرب كذا قيمة.

مثال 3-2: حالات كورونا اليومية (20 يوم من 1 مايو)

البيانات: 358، 298، 272، 348، 388، 387، 393، 495، 488، 436، 346، 347، 338، 398، 399، 491، 510، 535، 720، 745.

القيمة الابتدائية $\hat{Y}_7$ = متوسط أول 6 قيم = **342**. اخترنا α = 0.99 لأن البيانات سريعة التغير. الـ MSE = **5168.5**. التنبؤ لليوم 21 = **745** والفعلي كان 774 ← الخطأ = 29.

التمهيد الأسي المعدّل (للاتجاه)

الفكرة الكبيرة

التمهيد الأسي العادي بيتأخر لو فيه اتجاه صاعد. فبنضيف «تصحيح اتجاه» عشان يلحق الزيادة.

احفظها

$$D_t = Y_{t-1} + \beta(Y_t - D_{t-1})$$

$$TA_t = D_t - D_{t-1}$$

$$A\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + (\hat{Y}_t - D_t) + TA_t$$

مثال 4-2 (نفس بيانات كورونا، β = 0.6)

$D_9 = 496.92$، $D_8 = 484.8$ ... وبنكمل لحد اليوم 21. التنبؤ المعدّل لليوم 21 = **776.3447** (خطأ 2 فقط)

مقابل خطأ 29 في التمهيد العادي. يعني التعديل حسّن الدقة جدا لأن البيانات فيها اتجاه صاعد.

4) سلاسل ماركوف (Markov Chains)

الفكرة الكبيرة

بنستخدمها لما عندنا **شركات بتتنافس على السوق** والعملاء بيتنقلوا بينها. مصفوفة الانتقال بتقول احتمال إن عميل يفضل مع شركته أو يروح لشركة تانية، وبنضربها في حصص السوق عشان نتنبأ بحصص الفترة الجاية.

احفظها

$P = [p_{ij}]$ حيث p_{ij} = احتمال الانتقال من الشركة i للشركة j. مجموع كل صف = 1.

حصص الفترة الجاية = (حصص حالية) × P. وبعد n فترة: (حصص حالية) × P^n.

مثال: 3 شركات (حصص 700 / 300 / 1200 من N = 2200 عميل)

من الجدول بنحسب المصفوفة (مثلا الصف الأول 0.8571، 0.0857، 0.0571):

	1 ←	2 ←	3 ←
من 1	0.8571	0.0857	0.0571
من 2	0.5333	0.4167	0.0500
من 3	0.1667	0.0750	0.7583

الحصص الأولية: 0.3182, 0.1364, 0.5455.

بعد فترة: 0.4364, 0.1250, 0.4386.

بعد فترتين: 0.5138, 0.1224, 0.3638. وبنضرب في حجم صناعة (مثلا 2 مليون) نطلع المبيعات المتوقعة.

إضافة مني (مش في الكتاب)

بناء المصفوفة من عدد العملاء (مثلا الشركة 1: 600 فضلوا و60 راحوا للتانية و40 للتالتة، من أصل 700) تفسير مني للجداول، والأرقام الناتجة مطابقة للي في الكتاب (0.8571 إلخ). الكتاب كمان فيه مثال 6 شركات، وهتلاقيه كامل تحت.

مثال الكتاب: 6 شركات (ص76-77)

الجدول بيقول كام عميل راح من كل شركة (العمود) لكل شركة (الصف) في 2021. عدد العملاء في 2020: A 2200، F 7800، E 6000، D 5500، C 3000، B 2500 (المجموع 27000).

الجدول المكسوب (من الأصل ← للصف):

	من A	من B	من C	من D	من E	من F
A	-	115	850	54	114	156
B	108	-	87	42	58	126
C	89	101	-	84	112	113
D	123	107	153	-	114	123
E	87	77	78	124	-	121
F	245	498	388	124	165	-

الطريقة: خانة (من i إلى j) = عدد اللي راحوا من i لـ j ÷ عدد عملاء i، والقطر (اللي فضلوا) = 1 − مجموع الباقي في الصف. اللي راحوا من A لـ B = 108 (الصف B، عمود A)، فالخانة (B ← A) = 0.0432 = 108/2500.

مصفوفة الانتقال P:

	A ←	B ←	C ←	D ←	E ←	F ←
A	0.7392	0.0432	0.0356	0.0492	0.0348	0.0980
B	0.0383	0.7007	0.0337	0.0357	0.0257	0.1660
C	0.1545	0.0158	0.7171	0.0278	0.0142	0.0705
D	0.0090	0.0070	0.0140	0.9287	0.0207	0.0207
E	0.0146	0.0074	0.0144	0.0146	0.9278	0.0212
F	0.0709	0.0573	0.0514	0.0559	0.0550	0.7095

حصص السوق والمبيعات المتوقعة

الحصص 2020: 0.092593, 0.111111, 0.203704, 0.222222, 0.288889, 0.081481

الحصص 2021 (حصص 2020 × P): 0.116185, 0.093444, 0.164556, 0.229333, 0.286074, 0.110407

الحصص 2022 (حصص 2021 × P): 0.128971, 0.083151, 0.138273, 0.236955, 0.285013, 0.127637

الأرقام دي بتطابق الكتاب (مثلا 2021: 0.116185 و0.093444 و0.164556...). المبيعات = الحصة × حجم الصناعة.

إضافة مني (مش في الكتاب)

بالنسبة لأرقام المبيعات: لما ضربت حصص 2022 في 27000 و30000 ما طلعتش أرقام الكتاب (مثلا A: 3482.2 و3869.1 مقابل 3482.2 في الكتاب)، فالمبيعات المطبوعة في الكتاب على الأغلب مبنية على حصص أو حجم صناعة مختلف. الحصص (الجزء المهم) مطابقة تمام. كمان في المثال 3 شركات: الكتاب كاتب 12.34% للشركة الثانية في 2022 والصح من أرقامه 0.1224 = 12.24% (غلطة مطبعية على الأغلب).

ملخص الفصل الثاني

- نماذج ساذجة: 3 أشكال.
- MA بسيط (فردي/زوجي مركزي) وموزون.
- ES: α تحدد السرعة، والتمهيد المعدّل للاتجاه.
- ماركوف: ضرب حصص السوق في مصفوفة الانتقال.

اختبر نفسك (تمارين ص78)

حل تمارين الفصل في ص78 بنفس خطوات الأمثلة. جرب α مختلفة وقارن MSE.

الفصل 3

الانحدار الخطي البسيط والمتعدد

أقوى أداة للتنبؤ السببي

بيغطي صفحات 81-143 من الكتاب

1) الانحدار الخطي البسيط

الفكرة الكبيرة

عندنا متغير تابع Y (اللي عايزين نتنبأ بيه) ومتغير مستقل X (اللي بيأثر). بنرسم أحسن خط مستقيم وسط النقط: **أقل مجموع مربعات للأخطاء** (OLS).

احفظها

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

المقدرات: $\beta_1 = \Sigma(X-\bar{X})(Y-\bar{Y}) / \Sigma(X-\bar{X})^2$ و $\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1\bar{X}$

المعادلات الطبيعية: $\Sigma Y = n\beta_0 + \beta_1\Sigma X$ و $\Sigma XY = \beta_0\Sigma X + \beta_1\Sigma X^2$.

افتراضات النموذج (6 افتراضات للبسيط)

- العلاقة خطية في المعالم.
- X ثابتة (غير عشوائية) ومش كلها متساوية.
- متوسط الخطأ = 0.
- تباين الخطأ ثابت (Homoscedasticity).
- الأخطاء غير مرتبطة ببعض.
- الأخطاء بتتبع التوزيع الطبيعي.

إضافة مني (مش في الكتاب)

صياغة الافتراضات مختصرة من عندي حسب المعتاد في الانحدار؛ ص85-90 فيها الصياغة الأصلية بالترقيم.

احفظها

خواص المقدرات: غير متحيزة، أكفأ ما يمكن، وهي BLUE (أفضل مقدر خطي غير متحيز، نظرية جاوس-ماركوف)، ومتسقة (بتقرب للقيمة الحقيقية لما n تكبر).

مثال: سعر السلعة X والكمية Y (5 مشاهدات)

$X = 6, 2, 10, 4, 8$ و $Y = 9, 11, 5, 8, 7$.

المجاميع: $\Sigma X = 30, \Sigma Y = 40, \Sigma XY = 214, \Sigma X^2 = 220, \Sigma Y^2 = 340$.

طريقة الانحرافات: $\Sigma xy = -26$ و $\Sigma x^2 = 40 \leftarrow \hat{\beta}_1 = -26/40 = \mathbf{-0.65}$ و $\hat{\beta}_0 = 8 - (-0.65)(6) = \mathbf{11.9}$.

المعادلة: $\hat{Y} = 11.9 - 0.65X$.

لو السعر = 15: $\hat{Y} = 11.9 - 0.65 \times 15 = \mathbf{2.15}$.

$S = \sqrt{(SSE/(n-2))} = \sqrt{(3.10/3)} = \mathbf{1.02} \leftarrow SSE = 3.10$.

تشبيه

$\beta_1 = -0.65$ معناه: كل ما السعر يزيد جنيه، الكمية المطلوبة بتقل 0.65 وحدة. منطقي، الناس بتشتري أقل لما السلعة تغلى.

جدول تحليل التباين ANOVA

احفظها

$SST = SSR + SSE$ (الكلي = المفسَّر + غير المفسَّر).

المصدر	مجموع المربعات	df	متوسط المربعات	F
انحدار	SSR	1	MSR = SSR/1	F = MSR/MSE
خطأ	SSE	n−2	MSE = SSE/(n−2)	
كلي	SST	n−1		

احفظها

$R^2 = SSR/SST = 1 - SSE/SST$ نسبة التغير في Y اللي بيفسرها النموذج.

$R^2_{adj} = 1 - (1-R^2)(n-1)/(n-m)$ حيث m عدد المعالم (2 في البسيط). $r = \pm\sqrt{R^2}$ معامل الارتباط (إشارته إشارة β_1).

انتبه

R^2 العالي مش معناه إن النموذج صح؛ ولا بيثبت إن X بتسبب Y. وبيزيد دايما لما تضيف متغيرات، عشان كده فيه R^2 المعدل.

الاختبارات والفترات

- **اختبار F:** $H_0: \beta_1 = 0$. لو F المحسوبة > F الجدولية $(1, n-2)$ نرفض H_0 يعني النموذج معنوي.
- **اختبار t لـ β_1:** $t = \hat{\beta}_1 / SE(\hat{\beta}_1)$ مع $df = n-2$، وفترة الثقة $\hat{\beta}_1 \pm t \cdot SE$.
- **اختبار t لـ β_0:** بنفس الفكرة بـ $SE(\hat{\beta}_0)$.
- **فترة التنبؤ لقيمة جديدة x_0:** $\hat{y}_0 \pm t \cdot S \cdot \sqrt{(1 + 1/n + (x_0 - \bar{x})^2 / \Sigma x^2)}$

مثال 4/3 (10 مشاهدات): اختبار نموذج كامل

$X = 20, 40, 20, 30, 10, 10, 20, 20, 20, 30$ و $Y = 30, 60, 40, 60, 30, 40, 40, 50, 50, 70$.

$\bar{X} = 22$ و $\bar{Y} = 47 \leftarrow \hat{\beta}_1 =$ **1.1316** و $\hat{\beta}_0 =$ **22.105**.

$SST = 1610$ و $SSR = 973.16$ و $R^2 =$ **0.604** (~0.60) $\leftarrow SSE = 636.84$.

$F = 973.16 \div (636.84/8) =$ **12.22**، والجدولية $F(1,8;\ 0.05) =$ **5.32**. بما إن $12.22 > 5.32 \leftarrow$ النموذج معنوي.

المعدل $R^2 = 1 - (1-0.6)(9/8) =$ **0.55**.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب في المثال ده بيطبع بعض الأرقام مختلفة من مكان لمكان: $\bar{Y} = 45$ (والمظبوط 47)، $\hat{\beta}_0 = 19.04$ (المظبوط 22.105)، $\hat{\beta}_1 = 1.26$ أو 1.18 (المظبوط 1.1316)، وقيمة F مرة 12.29 ومرة 12 (المظبوط 12.22)، والقيمة الجدولية مرة 4.96 والمظبوط 5.32 لـ (1,8) عند 5%. الاستنتاج النهائي (النموذج معنوي، $R^2 \approx 0.6$) لسه سليم. اتحققت من الأرقام بحساب مباشر.

مثال 8/3 (ص112-113): تنبؤ وفترة تنبؤ

البيانات من الكتاب: $x = 4, 5, 6, 6, 7, 8, 7, 9, 8, 10$ و $\bar{x} = 7$. $y = 44, 42, 52, 48, 50, 60, 58, 62, 64, 70$ و $\bar{y} = 55$.

$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 30$ و $\Sigma(x-\bar{x})(y-\bar{y}) = 142 \leftarrow \hat{\beta}_1 = 142/30 = \mathbf{4.7333}$ و $\hat{\beta}_0 = 55 - 4.7333\times7 =$ **21.8667**، والمعادلة $\hat{Y} = 21.87 + 4.73X$.

$SST = 762$ و $R^2 = 1 - 89.867/762 = \mathbf{0.882} \leftarrow SSE = 89.867$ (يعني الإعلانات بتفسر 88.2% من تغير المبيعات).

$S = \mathbf{3.3516} \leftarrow S^2 = SSE/(n-2) = 89.867/8 = 11.233$. الكتاب مكتوب 3.426.

التنبؤ عند $x_0 = 9$: $\hat{Y} = 21.8667 + 4.7333\times9 = \mathbf{64.47}$ (الكتاب 64.44). فترة 95% بـ $t(8;\ 0.025) =$ 2.306: الهامش $= 2.306 \times 2.82 = 2.306\times3.3516\times0.3651 = S \times \sqrt{(1/10 + (9-7)^2/30)}$ فالفترة $\hat{Y} \pm 2.306\times S\times\sqrt{(1 + 1/10 + 4/30)} =$ (**60.73 ، 68.20**) لمتوسط المبيعات. وفترة التنبؤ بقيمة فردية $= 64.47 \pm 8.59 =$ (**55.88 ، 73.05**).

لو استخدمنا $S = 3.426$ الفترة بتتوسع حبة صغيرة: (55.69 ، 73.24).

إضافة مني (مش في الكتاب)

الفرق بين 3.35 و3.426 على الأغلب من تقريب أو غلطة حسابية في الكتاب؛ أنا أعدت الحساب من الأرقام الأصلية والنتيجة 3.35 (الاتنين متقاربين وما بيغيروش القرار). لو سألك المدرس، اكتب خطوات الحساب.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب بيطبع $S = 3.426$ ويطلع التنبؤ 64.44 وفترته بناء عليه. لما أعدت الحساب بنفس المعادلة طلع $S =$ 3.35 والتنبؤ 64.47، فالفروق صغيرة (غالبا تقريب في الكتاب). الفكرة والخطوات هي المهمة في الامتحان، فاتبع خطوات الكتاب واستعمل أرقامه في الحل لو المدرس طلب كده.

2) الانحدار الخطي المتعدد

الفكرة الكبيرة

نفس الفكرة بس عندنا أكتر من X. مثلا مبيعات تتأثر بالسعر و الإعلان و الدخل. بنكتبها بالمصفوفات عشان الحسابات تبقى منظمة.

احفظها

$y = X\beta + \varepsilon$

$\beta = (X^TX)^{-1} X^Ty$

$Var(\beta) = \sigma^2(X^TX)^{-1}$

$S^2 = SSE/(n-k-1)$ حيث k عدد المتغيرات المستقلة. ANOVA: df للانحدار = k، للخطأ = $n-k-1$.

اختبار F: $F = (SSR/k)/(SSE/(n-k-1))$. اختبار t لكل β على حدة. R^2 و R^2_{adj}. التنبؤ: $\hat{y}_0 = x_0^T\beta$

وفترة التنبؤ: $\hat{y}_0 \pm t \cdot S \cdot \sqrt{(1 + x_0^T(X^TX)^{-1}x_0)}$

مثال 10/3 (12 مشاهدة، متغيرين مستقلين)

$y = 100, 110, 105, 94, 95, 99, 104, 108, 105, 98, 105, 110$

$x_1 = 9, 8, 7, 14, 12, 10, 7, 4, 6, 5, 7, 6$

$x_2 = 62, 58, 64, 60, 63, 57, 55, 56, 59, 61, 57, 60$.

بحل المعادلة $\hat{\beta} = (X^TX)^{-1}X^Ty$: **$\hat{\beta}$ = (133.46, -1.25, -0.35)** يعني

$\hat{Y} = 133.46 - 1.25x_1 - 0.35x_2$.

$R^2 = 0.54$، SST = 330.25، SSE = 151.41 و R^2 المعدل = **0.44** (R = 0.66 تقريبا).

$F = (R^2/2)/((1-R^2)/9)$ = **5.32** والجدولية $F(2,9;\ 0.05)$ = **4.26** ← النموذج معنوي.

للتنبؤ عند x_0 = (1, 15, 60) الكتاب يبطلع $\hat{y}_0 \approx 93.71$.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

في الكتاب بيتكتب المتجه $\hat{\beta}$ مرة (133.46، −1.25، −0.35) ومرة بعد الضرب (130.22، −1.24، −0.30).

الحساب المباشر بيطلع (133.46، −1.2485، −0.3510) فاعتمد القيم الأولى. وكمان R^2 متكتب مرة 0.54 ومرة 0.53 والصح 0.54. وإن قيمة S^2 = 16.83 تتحقق: 151.41/9 = 16.82.

ملخص الفصل الثالث

- الانحدار البسيط: أقل مربعات، معادلة، R^2، F، ANOVA، وt، فترة تنبؤ.
- المتعدد: بالمصفوفات $\hat{\beta} = (X^TX)^{-1}X^Ty$.
- قارن F المحسوبة بالجدولية قبل ما تتنبأ.
- تمارين ص141-143 (5 تمارين).

الفصل 4

الانحدار غير الخطي

لما العلاقة منحنى مش خط

بيغطي صفحات 146-171 من الكتاب

الفكرة الكبيرة

مش كل علاقة خط مستقيم. النمو والإنتاج والتفاعلات الكيميائية بتبقى منحنيات. الانحدار غير الخطي بيستخدم نموذج $Y = h(X; \beta) + \varepsilon$. وفي أحيان كتير نقدر **نحوله لخطي بأخذ اللوغاريتم** ونحله زي الفصل التالت.

1) النماذج غير الخطية: أمثلة

- نماذج النمو والإنتاج (مثل نموذج النمو الأسي).
- نموذج الإنزيمات (ميكاياليس-منتن) ونموذج الأكسجين.
- عموما: النموذج غير الخطي في المعالم β نفسها (مش في X بس).

انتبه

الفرق: $Y = \beta_0 + \beta_1 X^2$ خطي في المعالم (لسه انحدار خطي)! لكن $Y = \beta_0 \cdot e^{\beta_1 X}$ غير خطي في β_1. عشان كده بنحوله.

2) تحويل النموذج غير الخطي لخطي

النموذج	الشكل	بعد اللوغاريتم	يتحول لو
نمو أسي	$Y = a \cdot e^{\beta_1 X} \cdot \varepsilon$	$\ln Y = \ln a + \beta_1 X$	الخطأ ضربي
مرونة ثابتة	$Y = a \cdot X^{\beta_1} \cdot \varepsilon$	$\ln Y = \ln a + \beta_1 \ln X$	الخطأ ضربي

احفظها

بعد التحويل بنعمل انحدار بسيط على المتغيرات المحوّلة، وبنجيب $a = e^{(\text{المقطع})}$. والتنبؤ بيرجع يتحول بالأس.

النموذج الأول: النمو الأسي

مثال المضاد الحيوي

البكتيريا Y بعد جرعة X من مضاد حيوي. بعد التحويل: $\hat{a} = \mathbf{39274.49}$ و $\hat{\beta}_1 = \mathbf{-0.21843}$. المعنى: كل جرعة زيادة بتنقص البكتيريا بحوالي **19.6%** (لأن $e^{-0.21843} \approx 0.804$). والتنبؤ عند جرعة 20 = $39274.49 \times e^{-0.21843 \times 20} = \mathbf{497.6143}$.

النموذج الثاني: مرونة ثابتة

الفكرة الكبيرة

β_1 هنا هي **المرونة**: لو X زادت 1% بتزيد Y بحوالي β_1%.

مثال: استهلاك الخضروات والدخل

$\hat{a} = \mathbf{0.023879}$ و $\hat{\beta}_1 = \mathbf{0.985032}$. بما إنها أقل من 1 فالطلب **غير مرن** (الخضروات سلعة ضرورية). التنبؤ عند دخل 600 = $0.023879 \times 600^{0.985032} = \mathbf{13.01915}$.

3) تمارين الفصل (ص168-170) وإزاي تحلها

1. عرّف الانحدار غير الخطي.
2. اكتب نماذج للانحدار غير الخطي.
3. اكتب مع أمثلة إزاي تحوّل نموذج غير خطي لخطي وإيه الشروط.
4. حوّل الدالة $h(X|\beta_1,\beta_2) = 5\beta_1 X/(2\beta_2 + X)$ لدالة خطية.
5. جدول 15 مشاهدة (X من 1 لـ 15 و Y: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 65, 68, 70, 75, 80, 82, 83, 84, 90) بيحقق نموذج معدل النمو الأسي؛ المطلوب التنبؤ عند X = 25 وإيجاد مقدار الخطأ العشوائي.
6. 10 عائلات: X دخل شهري و Y استهلاك خضروات (X: 100, 120, 130, 140, 150, 160, 200, 220, 240, 250 و Y: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 33, 35, 38, 40). ارسم الانتشار وقدر معادلة الانحدار وتنبأ لدخل 1200.

إضافة مني (مش في الكتاب)

حل مقترح للتمرين 4 (مني): نقلب الطرفين:

$1/Y = (2\beta_2+X)/(5\beta_1 X) = (2\beta_2/(5\beta_1))\cdot(1/X) + 1/(5\beta_1)$

فلو $z = 1/Y$ و $w = 1/X$ يبقى $z = \alpha_0 + \alpha_1 w$ خطي، حيث $\alpha_0 = 1/(5\beta_1)$ و $\alpha_1 = 2\beta_2/(5\beta_1)$.

حل التمرين 5 (مني، حسابي): انحدار $\ln Y$ على X يعطي $\ln \hat{a} = 2.998$ يعني $\hat{a} = 20.05$ و $\beta_1 = 0.1210$. التنبؤ عند $X = 25 \approx$ **413** (ملحوظة مني: الأسي مش مناسب أوي لأن البيانات بتتباطأ).

تمرين 6: بنموذج المرونة الثابتة (لوغاريتم مزدوج) $\hat{\beta}_1 \approx 1.98$ والتنبؤ عند $1200 \approx 1107$، أما الانحدار الخطي العادي فبيدي ≈ 251. الفرق الكبير معناه إن اختيار النموذج مهم، والتنبؤ بعيد عن مدى البيانات خطر.

ملخص الفصل الرابع

- غير خطي في المعالم → حوّله باللوغاريتم لو الخطأ ضربي.
- أسي: $\ln Y$ على X. مرونة ثابتة: $\ln Y$ على $\ln X$.
- β_1 في المرونة الثابتة = المرونة.
- ارجع للأس لما تتنبأ.

الفصل 5

تحليل السلاسل الزمنية

نفصل المسلسل لمكوناته: اتجاه، موسمية، دورية، عشوائية

بيغطي صفحات 173-238 من الكتاب

1) يعني إيه سلسلة زمنية؟

الفكرة الكبيرة

السلسلة الزمنية = قيم لظاهرة مرتبة **حسب الزمن** (يومي، شهري، سنوي). الهدف: نفهم سلوكها، نفصل مكوناتها، ونتنبأ.

أهداف تحليل السلاسل

- وصف الظاهرة وفهم سلوكها.
- تفسير التغيرات وإيجاد أسبابها.
- التنبؤ بالمستقبل.
- المراقبة والتحكم.

إضافة مني (مش في الكتاب)

الأهداف دي بصياغتي لأنها الأهداف المعتادة؛ الكتاب بيصنف السلسلة الزمنية بـ5 معايير ويعدد الأهداف في ص173-180.

2) مكونات السلسلة الزمنية

المكون	الرمز	معناه	مثال
الاتجاه العام	T	حركة طويلة الأجل صاعدة أو هابطة	زيادة عدد السكان
الموسمية	S	تغير منتظم بيتكرر خلال سنة	مبيعات التكييفات في الصيف
الدورية	C	تذبذب أطول من سنة (دورات اقتصادية)	رواج وكساد
العشوائية	I	تغير غير منتظم ومفاجئ	حرب، كارثة

3) نماذج السلسلة

احفظها

إضافي: $Y = T + C + S + I$ (لما حجم التذبذب ثابت).

ضربي: $Y = T \times C \times S \times I$ (لما التذبذب بيكبر مع حجم الاتجاه). بأخذ ln الضربي بيتحول لإضافي.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

ص185 بيكتب النموذج الضربي «I × S × C × S» والصح **T × C × S × I**.

4) قياس الاتجاه العام

أ) اليدوي (الرسم)

بنرسم النقط ونحط خط بالنظر. سريع بس شخصي.

ب) طريقة نصف المتوسطات (Semi-averages)

الفكرة الكبيرة

نقسم السلسلة نصين، ناخد متوسط كل نص، ونوصل بينهم بخط. الميل = (متوسط النص التاني − متوسط الأول) ÷ المسافة بين مركزيهما.

مثال 1/5 (2005-2012)

البيانات: 20, 23, 27, 30 | 43, 45, 42, 48. مجموع النص الأول 100 ومتوسطه **25**، والتاني 178 ومتوسطه **44.5**. المسافة بين المركزين 4 سنين: الميل $b_1 = (44.5-25)/4 =$ **4.875**.

المعادلة: $\hat{Y} = 44.5 + 4.875X$ بأصل الزمن عند 2010.5 (منتصف النص التاني).

التنبؤ: 2005: 17.6875، 2012: 51.8125، 2017: 76.1875.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب فيه طباعة «2.5» مكان 25 ومتوسط 32.1325 مكان **32.3125**.

مثال 2/5 (2010-2016)

30, 25, 35, 40, 28, 37, 45 (7 قيم، القيمة الوسطى بتتشال أو بتتوزع). الميل ≈ **1.6675** (الدقيق 1.6667).

ج) المتوسطات المتحركة

مثال 3/5: إيرادات 412, 438, 446, 454, 470, 483, 490

MA(3): 432, 446, 456.667, 469, 481. MA(5): 444, 458.2, 468.6. كل ما k تكبر الخط يبقى أنعم لكن بنخسر نقط أكتر.

مثال 4/5 (2000-2009): MA زوجي

البيانات 430, 470, 450, 460, 480, 470, 470, 500, 490, 480. بنحسب MA(4) ثم نعمل المتوسط المركزي لكل متوسطين.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

جدول المسألة بيكتب 790 لسنة 2008 لكن الحل بيستخدم **490**، فاعتمد 490.

د) المربعات الصغرى (t = 0 في المنتصف)

احفظها

$\hat{Y} = b_0 + b_1 t$ ، ولو الزمن مترقم بحيث $\Sigma t = 0$: $b_0 = \Sigma Y / n$ و $b_1 = \Sigma tY / \Sigma t^2$

مثال 5/5 (2010-2016)

$Y = 125, 128, 133, 135, 140, 141, 143$. $t = -3..3$. $\Sigma Y = 945$، $\Sigma tY = 87$، $\Sigma t^2 = 28$ ← $b_1 = 87/28 = \mathbf{3.107}$، $b_0 = 945/7 = \mathbf{135}$.

المعادلة $\hat{Y} = 135 + 3.107t$. سنة 2010 ($t = -3$): $\hat{Y} = 125.679$. سنة 2017 ($t = 4$): **147.428**.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

ص200 مكتوب على التنبؤ «2010» بينما اللي اتحسب هو لسنة 2017.

مثال 6/5: عدد زوجي من السنين (2009-2016)

$Y = 80, 90, 92, 83, 94, 99, 92, 104$. ثمان سنين فبنخلي $t = -7, -5, \ldots, 7$ (وحدة الزمن نص سنة). b_1 = **1.25** و b_0 = **91.75**. تنبؤ 2017 ($t = 9$) = **103** = 91.75 + 1.25×9.

هـ) الاتجاه غير الخطي

- كثير حدود: $T = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \ldots$
- أسي: $T = \beta_0 (1+L)^t$ (L معدل النمو)، وبنحوله بـ ln لخطي.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب بيكتب الحد التالت في كثير الحدود «$\beta_1 t^2$» (ص202-203) والصح **$\beta_2 t^2$**.

مثال 7/5: كثير حدود من الدرجة 2

$Y = 250, 290, 350, 380, 420, 480, 520$ و $t = -3..3$. بحل المعادلات الطبيعية: **$\hat{Y} = 383.333 + 45t + 0.2381t^2$**.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب بيطبع $383.449 + 0.238t^2 + 44.982t$ (وفي السطر الأخير بإشارة سالبة غلط). الحساب المباشر بيطلع 383.333، 45، 0.2381.

5) اختبارات وجود الاتجاه (ص208-209)

احفظها

اختبار الفروق (الإشارات): نحسب الفروق $Y_{t+1} - Y_t$ وS = عدد الفروق الموجبة. تحت H_0 (مفيش اتجاه): $E(S) = (n-1)/2$ و $V(S) = (n+1)/2$ ← $Z = (S - E(S)) / \sqrt{V(S)}$. لو $|Z| > Z$ الجدولية (1.96 عند 5%) نرفض H_0 يعني **فيه اتجاه**.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

صياغة قاعدة القرار في ص209 مطبوعة بشكل بيخلي الاتجاه معكوس. القاعدة المعروفة: $|Z|$ أكبر من الجدولية ← رفض H_0 ← الاتجاه موجود.

6) إزالة الاتجاه (Detrending)

احفظها

إضافي: نطرح الاتجاه: $Y - T$. **ضربي:** نقسم على الاتجاه: Y / T.

مثال 9/5: أرباح 2009-2017 = 3, 2, 4, 6, 5, 4, 12, 8, 5

الاتجاه: $T = 5.44 + 0.667t$ ($t = -4..4$؛ المتوسط 5.44 والميل 6/9). بعدين Y/T لكل سنة (مثلا النسبة 1.08225 في إحدى السنين).

7) الموسمية (Seasonal)

أ) اكتشاف الموسمية

- الرسم البياني (نمط بيتكرر).
- اختبار كروسكال-واليس (K-W).
- دالة الارتباط الذاتي ACF.

اختبار كروسكال-واليس

احفظها

$$KW = [12 / (N(N+1))] \cdot \Sigma(R_j^2 / n_j) - 3(N+1)$$

نقارن بـ χ^2 بدرجات حرية (عدد المواسم − 1). لو KW > الجدولية ← فيه موسمية.

مثال 10/5 (6 مشاهدات لكل ربع، N = 24)

مجاميع الرتب: 101، 57، 72، 70 (المجموع 300). $\Sigma(R^2/n) = (25\times24)/12$ = **0.02**.

$KW = 0.02\times3922.33 - 75$ = **3.447**. $(101^2+57^2+72^2+70^2)/6 = 3922.33$. و$\chi^2(0.05; 3)$ = **7.81**.

بما إن 3.447 < 7.81 ← **مفيش موسمية**.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب بيستخدم ثابت 0.0217 (12/552) وبيطلع KW = 10.113، والصح 12/600 = 0.02 ← KW = 3.447. وكمان قاعدة القرار في ص212 مكتوبة بالمعكوس؛ القاعدة المعتادة هي «KW أكبر من الجدولية معناها موسمية». وفي ص214 فيه خطأ في ترتيب رتبتين (2 و22).

ب) قياس المؤشر الموسمي: 3 طرق

الطريقة	الفكرة	تناسب
النسبة المئوية للمتوسطات	متوسط كل موسم ÷ المتوسط العام × 100	بيانات بدون اتجاه
النسبة للمتوسط المتحرك	Y ÷ MA × 100 ثم متوسط كل موسم وتعديل	فيه اتجاه ودورية
النسبة للاتجاه	Y ÷ T × 100 ثم متوسط كل موسم وتعديل	اتجاه خطي واضح

احفظها

مجموع المؤشرات الفصلية لازم = 400 (أو 1200 للشهرية). لو مش كده نضرب في **معامل تصحيح** = 400 ÷ المجموع.

مثال شامل: أسعار فصلية 1992-1996 (ص217-225)

الفصل	1992	1993	1994	1995	1996
Q1	1026	1172	1286	1462	1776.25
Q2	1056	1249	1317	1452	1808.25
Q3	1182	1376	1449	1631	1941.75
Q4	2881	3403	3893	4200	4128.75

الطريقة	Q1	Q2	Q3	Q4	المجموع
النسبة المئوية للمتوسطات	67.799	69.413	76.145	186.644	400
النسبة للمتوسط المتحرك (قبل التعديل)	71.294	70.742	73.993	184.615	400.644
نفس الطريقة بعد التعديل (× 0.998393)	71.179	70.628	73.874	184.318	400
النسبة للاتجاه (الاتجاه Ŷ = 1983 + 39.39t)	73.190	71.880	75.674	179.33	400.074
بعد التعديل (× 0.999816)	73.176	71.867	75.660	179.297	400

إزالة الموسمية (Deseasonalizing)

احفظها

المعدلة Y = Y / (S/100) بنقسم القيمة الفعلية على المؤشر الموسمي (كنسبة) عشان نشوف الاتجاه من غير تأثير الموسم. مثلا 1462 ÷ 0.73176 = 1997.9.

انتبه

الكتاب بيكتب الناتج 19.979 (يعني قسم على 73.176 من غير ما يحول لنسبة). الاتساق: لو قسمت على S (مش S/100) الناتج هيبقى أصغر 100 مرة؛ الأهم إنك تثبت نفس الطريقة طول الحل.

8) التغيرات الدورية والعشوائية

الفكرة الكبيرة

بعد ما نشيل T و S، اللي يتبقى هو C × I. لو عملنا له **متوسط متحرك موزون** بأوزان ذات الحدين 4/(1,2,1) للسلسلة التلاتية بنقلل العشوائية ونطلع الدورة C، وبعدين I = (C×I)/C.

مثال 14/5 و 15/5: مبيعات شهرية (يناير 2016 - يوليو 2017)

حسبنا مؤشرات موسمية شهرية: 103.176، 75.473، 147.673، 124.001، 136.066، 155.553، 103.032، 63.019، 70.195، 109.862، 58.903، 53.049 (للأشهر من يناير لديسمبر). بعدين C×I = Y ÷ (T×S) ثم نمرر المتوسط الموزون (1,2,1)/4 لاستخراج C، وC = CI ÷ I (ص233-235).

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الجداول الشهرية في ص230-231 فيها عدم اتساق في المتوسطات (96.76...)، وعمود المتوسط الدوري مزاح صف واحد (مثلا فبراير 2016 لازم 6.164/4 = 1.541 مش 1.21725). المؤشرات الموسمية المعروضة هي بعد التصحيح. اتبع خطوات الحساب مش الأرقام المطبوعة بالظبط.

مثال 14/5: الجدول الكامل (ص226-230)

المبيعات الشهرية y من يناير 2016 لـ يوليو 2017 (19 شهر)، ونقطة الصفر t=0 عند أكتوبر 2016 (t من −9 لـ 9). $\Sigma y = 331$ و $\Sigma yt = -120$ و $\Sigma t^2 = 570$ فـ $\hat{\beta}_1 = -120/570 = -0.21$ و $\hat{\beta}_0 = 331/19 = 17.42$.

الاتجاه: $T = 17.42 - 0.21\,t$

الشهر	t	y	T (الاتجاه)	y/T×100
يناير 2016	-9	24	19.31	124.288
فبراير 2016	-8	28	19.10	146.597
مارس 2016	-7	30	18.89	158.814
أبريل 2016	-6	18	18.68	96.360
مايو 2016	-5	16	18.47	86.627
يونيو 2016	-4	19	18.26	104.053
يوليو 2016	-3	12	18.05	66.482
أغسطس 2016	-2	10	17.84	56.054
سبتمبر 2016	-1	11	17.63	62.394
أكتوبر 2016	0	17	17.42	97.589
نوفمبر 2016	1	9	17.21	52.295
ديسمبر 2016	2	8	17.00	47.059
يناير 2017	3	10	16.79	59.559
فبراير 2017	4	12	16.58	72.376
مارس 2017	5	17	16.37	103.849
أبريل 2017	6	20	16.16	123.762
مايو 2017	7	25	15.95	156.740
يونيو 2017	8	27	15.74	171.537
يوليو 2017	9	18	15.53	115.905

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب كاتب $\Sigma y = 313$ في صف المجموع، والصح 331 (ده اللي استخدمه فعلا في $\hat{\beta}_0 = 17.42$).

مثال 15/5: المؤشر الموسمي (ص230-231)

لكل شهر ناخد متوسط نسب y/T×100 لنفس الشهر في السنتين، وبعدين نضرب في معامل التصحيح عشان مجموع المؤشرات 1200.

الشهر	2016	2017	المتوسط (محسوب)	المؤشر النهائي في الكتاب
يناير	124.29	59.56	91.924	103.176
فبراير	146.60	72.38	109.487	75.473
مارس	158.81	103.85	131.331	147.673
أبريل	96.36	123.76	110.061	124.001
مايو	86.63	156.74	121.683	136.066
يونيو	104.05	171.54	137.795	155.553
يوليو	66.48	115.90	91.193	103.032
أغسطس	56.05	-	56.054	63.019
سبتمبر	62.39	-	62.394	70.195
أكتوبر	97.59	-	97.589	109.862
نوفمبر	52.30	-	52.295	58.903
ديسمبر	47.06	-	47.059	53.049

مجموع المتوسطات المطبوع في الكتاب = 1125.38 ومعامل التصحيح = 1200/1125.38 = 1.0663، والمؤشر = المتوسط × 1.0663.

انتبه

لو حسبت المتوسطات من النسب بنفسك هتطلع أرقام مختلفة شوية عن المطبوعة وأرقام صفوف 2017 في الكتاب (مثلا يناير 63.01) مش بتطابق y/T×100 المطبوعة). المؤشرات النهائية (آخر عمود) هي اللي استخدمها الكتاب في الباقي، وهي اللي استخدمتها في C×I، وفي الامتحان اتبع الخطوات.

مثال 16/5: الدورة C والعشوائي I (ص232-235)

(T × S/100) ÷ y = C×I، وبعدين C = (قيمة قبله + 2×القيمة + قيمة بعده) ÷ 4، و(C×I) ÷ C = I.

الشهر	C×I	C	I
يناير 2016	1.205	-	-
فبراير 2016	1.942	1.5412	1.260
مارس 2016	1.075	1.2176	0.883
أبريل 2016	0.777	0.8166	0.952
مايو 2016	0.637	0.6798	0.936
يونيو 2016	0.669	0.6549	1.021
يوليو 2016	0.645	0.7122	0.906
أغسطس 2016	0.889	0.8283	1.074
سبتمبر 2016	0.889	0.8889	1.000
أكتوبر 2016	0.888	0.8883	1.000
نوفمبر 2016	0.888	0.8878	1.000
ديسمبر 2016	0.887	0.8098	1.095
يناير 2017	0.577	0.7501	0.770
فبراير 2017	0.959	0.7996	1.199
مارس 2017	0.703	0.8409	0.836
أبريل 2017	0.998	0.9628	1.037
مايو 2017	1.152	1.1012	1.046
يونيو 2017	1.103	1.1206	0.984
يوليو 2017	1.125	-	-

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

مثال: فبراير 2016: C = (1.205 + 2×1.942 + 1.075)/4 = 6.164/4 = 1.541. الجدول في ص232 بيطلع 1.541 في الصف الأول و1.21725 في صف فبراير (يعني العمود مزاح صف)، فالأرقام اللي فوق محسوبة من الصيغة مباشرة. كمان I لمارس 2016 بتطلع 0.883 عندي والكتاب 0.698 (نتيجة نفس الإزاحة).

إضافة مني (مش في الكتاب)

أول وآخر شهر ما ليهمش C لأن المتوسط المتحرك محتاج شهر قبل وشهر بعد. التنبؤ مايو 2018: T = ← t = 19 **18.27** = (136.066/100) × 13.43 = 19×0.21 − 17.42.

9) التنبؤ بالسلسلة الزمنية

احفظها

التنبؤ = (قيمة الاتجاه عند الزمن t) × (المؤشر الموسمي ÷ 100) في النموذج الضربي، أو اتجاه + أثر موسمي في الإضافي.

مثال: اتجاه T = 17.42 − 0.21t، مايو 2018 (t = 19)

13.43 = 19×0.21 − 17.42 = T. المؤشر الموسمي لمايو = 136.066. التنبؤ = 13.43 × 1.36066 = **18.27**.

10) تمارين الفصل (ص237-238) وإزاي تحلها

التمرين	المطلوب
1: طلاب الكلية (آلاف) 2000-2009: 1.5, 2, 3, 3, 3.3, 4.1, 5, 5.2, 5.6, 5.9	معادلة الاتجاه بنصف المتوسطات وبالمتوسطات المتحركة
2: مبيعات 3 سنين فصلية (2015: 5,6,4,3 | 2016: 8,11,7,5 | 2017: 9,10,8,7)	معادلة الاتجاه، القيم الاتجاهية، إزالة الاتجاه، أثر كل موسم، تنبؤ 2018
3: أسعار محصول 2003-2007 (الربع 1: 40,23,44,35,37 | 2: 33,43,37,38,32 | 3: 28,30,41,25,46 | 4: 38,47,31,32,34)	دليل موسمي بالطريقة الأولية، بالنسبة للاتجاه، وبالنسبة للمتوسط المتحرك

إضافة مني (مش في الكتاب)

أرقام مساعدة لحل التمارين (حسبتها أنا): تمرين 1: النص الأول متوسطه 2.56 والتاني 5.16 والميل 0.52 لكل سنة (الميل = (5.16−2.56)/5). تمرين 2: انحدار المبيعات على t = 1..12 يعطي Ŷ = 4.667 + 0.346t، وتنبؤ الاتجاه للربع الأول 2018 (t = 13) ≈ 9.17 قبل الضرب في المؤشر الموسمي. تمرين 3 (الطريقة الأولية): متوسطات الأرباع 35.8، 36.6، 34.0، 36.4 والمتوسط العام 35.7 فالمؤشرات 100.28، 102.52، 95.24، 101.96.

ملخص الفصل الخامس

- 4 مكونات: T, C, S, I ونموذجين (إضافي وضربي).
- الاتجاه: نصف المتوسطات، متحركة، مربعات صغرى، كثير حدود، أسي.
- الموسمية: K-W لاكتشافها، و3 طرق لمؤشرها (مجموعها 400).
- الدورية بالمتوسط الموزون، والعشوائية CI/C.
- التنبؤ = اتجاه × موسمي.

الفصل 6

التنبؤ بالمنتجات الجديدة

مفيش بيانات تاريخية؟ يبقى نستخدم ATAR وباس

بيغطي صفحات 241-255 من الكتاب

الفكرة الكبيرة

المنتج الجديد معندوش تاريخ مبيعات فالطرق السابقة متنفعش. بنستخدم نماذج بتبني التنبؤ على **سلوك المستهلكين** (ATAR) أو على **انتشار الابتكار** (باس). ومراحل حياة المنتج: تقديم ← نمو ← نضج ← تشبع.

1) نموذج ATAR

احفظها

ATAR = Awareness – Trial – Availability – Repeat.

عدد الوحدات = المستهلكون × %الوعي × %التجربة × %التوافر × %التكرار × الوحدات/سنة

الربح = الوحدات × (سعر البيع − التكلفة)

مثال 6-1: جهاز قياس السكر

3 مليون مستهلك × 0.4 (وعي) × 0.2 (تجربة) × 0.4 (توافر) × 0.5 (تكرار) × 1.5 وحدة/سنة = **0.072 مليون وحدة**. بربح 12.5 جنيه للوحدة ← الربح = 0.072 مليون × 12.5 = **900,000 جنيه**.

مثال 6-2: لقاح

10 مليون × 0.8 × 0.3 × 0.4 × 0.5 × 2 = **960,000 جرعة**. بربح 200 جنيه للجرعة = **192,000,000 جنيه**.

تشبيه

شبه قمع: من عدد كبير بيعرفوا بالمنتج، قلة بس بتجرب، قلة منهم تلاقيه في السوق، وقلة بس تشتريه تاني. كل خطوة بتصغر الرقم.

2) نموذج باس (Bass)

الفكرة الكبيرة

الناس نوعين: **مبتكرين (Innovators)** بيشتروا من نفسهم (معامل p)، و**مقلدين (Imitators)** بيشتروا لأنهم شافوا ناس تانية اشترت (معامل q). مع الوقت المقلدين بيبقوا الأغلبية.

احفظها

m = حجم السوق الكلي، p = معامل الابتكار، q = معامل التقليد.

$f(t)/(1-F(t)) = p + qF(t)$

$F(t) = [1 - e^{-(p+q)t}] / [1 + (q/p)e^{-(p+q)t}]$

المشترون التراكميون $A(t) = m \cdot F(t)$ ، والمتبقون $B(t) = m(1 - F(t))$.

المبيعات في الفترة $S(t) = m \cdot f(t) = p(m-A) + (q/m)A(m-A) = pm + (q-p)A - (q/m)A^2$.

مبيعات المبتكرين $\alpha(t) = p(m-A)$ ، المقلدين $\beta(t) = (q/m)A(m-A)$.

زمن الذروة: $t^* = (\ln q - \ln p)/(p + q)$

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

ص246: الصيغة المبسطة مطبوعة **$pm + (q-p)A + (q/m)A^2$** والصح **$pm + (q-p)A - (q/m)A^2$** (الإشارة سالبة). وبسبب ده جدول المبيعات المطبوع (435.78, 636.2338, ..., 9943.218) مش صح.

مثال 2-6 (باس): m = 30000, p = 0.01, q = 0.38 لمدة 10 سنين

السنة t	A(t) تراكمي	B(t) متبقي	α(t) مبتكرين	β(t) مقلدين	S(t) = α+β
1	362.48	29637.52	296.38	136.08	432.45
2	882.10	29117.90	291.18	325.34	616.52
3	1617.09	28382.91	283.83	581.37	865.20
4	2637.23	27362.77	273.63	914.05	1187.68
5	4016.56	25983.44	259.83	1321.95	1581.78
6	5817.07	24182.93	241.83	1781.87	2023.70
7	8062.32	21937.68	219.38	2240.33	2459.71
8	10707.83	19292.17	192.92	2616.65	2809.57
9	13624.52	16375.48	163.75	2826.04	2989.79
10	16613.65	13386.35	133.86	2817.02	2950.88

ذروة المبيعات عند **9.327** = (ln 0.38 − ln 0.01)/(0.39) = t* سنة؛ يعني حوالي السنة التاسعة (= S 2989.79). ومن الجدول بتشوف المبتكرين بيقلوا والمقلدين بيزيدوا.

تصحيح خطأ مطبعي في الكتاب

الكتاب فيه خطأ طباعة واحد بيطبع 0.1 مكان **0.01** في دالة f(t). قيم A(t) المطبوعة صحيحة وبتطابق الجدول أعلاه (362.4751, 882.1023, ... 16613.65).

إضافة مني (مش في الكتاب)

قيم α وβ وS في الجدول حسبتها أنا بالصيغ الصحيحة، علشان الجدول المطبوع في الكتاب بيستخدم الإشارة الغلط.

المعامل	قيمة معتادة
p (ابتكار)	حوالي 0.03، وكتير أقل من 0.01
q (تقليد)	حوالي 0.38 (المدى من 0.3 لـ 0.5)

3) تمارين الفصل (ص254-255)

- **تمرين ATAR:** جهاز ضغط دم: 9 مليون مريض، 30% وعي، 10% تجربة، 20% توافر، 60% تكرار، 1.5 وحدة/سنة، سعر بيع 35 وتكلفة 15. الوحدات = 9M × 0.3 × 0.1 × 0.2 × 0.6 × 1.5 = **48,600** **وحدة**، والربح = 48,600 × (35−15) = **972,000**.
- **تمرين باس:** $m = 90000,\ p = 0.03,\ q = 0.55$ لـ 15 سنة. ذروة المبيعات = $t^* = (\ln 0.55 - \ln 0.03)/0.58$ = **5.02** سنة. المبيعات السنوية التقريبية للسنين 1..15 = 2700، 4059، 5936، 8317، 10928، 13074، 13725، 12159، 8849، 5304، 2720، 1262، 555، 238، 101.

إضافة مني (مش في الكتاب)

حل تمرين ATAR وباس حسبته أنا من القوانين؛ الجدول الأخير (2700، 4059، ...) بيطلع بالمحاكاة المتقطعة S بدءًا من $A = 0$، وبيتغير قليلا لو استخدمت الصيغة المتصلة $p(m-A) + (q/m)A(m-A)$ **f(t)**. اعتمد الطريقة اللي المدرس بيشرحها.

ملخص الفصل السادس

- ATAR: ضرب سلسلة نسب × عدد المستهلكين × الوحدات = الطلب.
- باس: مبتكرين + مقلدين، ذروة عند $(p+q)/(\ln q - \ln p)$.
- انتبه لإشارة A^2 السالبة.

ورقة الغش: إمتى أستخدم إيه؟

الموقف	الطريقة
مفيش بيانات	طرق نوعية: دلفي، خبراء، حدس
بيانات قليلة وبدون اتجاه	نماذج ساذجة / متوسط متحرك / تمهيد أسي
بيانات فيها اتجاه صاعد	تمهيد أسي معدل أو انحدار على الزمن
شركات متنافسة على سوق	سلاسل ماركوف
المتغير بيتأثر بمتغيرات تانية	انحدار بسيط أو متعدد
العلاقة منحنى	انحدار غير خطي (لوغاريتم)
بيانات زمنية فيها موسم	تحليل السلسلة: T × S × C × I
منتج جديد	ATAR أو باس

قائمة الأخطاء المطبعية اللي لقيتها في الكتاب

الصفحة	المكتوب	الصحيح
185	S × C × S × I	T × C × S × I
202-203	$\beta_1 t^2$ (الحد التالت)	$\beta_2 t^2$
200	تنبؤ «2010»	التنبؤ لسنة 2017
مثال 1/5	32.1325 ،2.5	32.3125 ،25
مثال 4/5	790 في الجدول	490 (القيمة اللي الحل بيستخدمها)
مثال 7/5	$44.982t + 0.238t^2 + 383.449$	$45t + 0.2381t^2 + 383.333$
209	قاعدة قرار اختبار الإشارات معكوسة	|Z| أكبر من الجدولية ← فيه اتجاه
212-214	ثابت (KW = 10.113) K-W = 0.0217، وقاعدة القرار معكوسة	0.02 ← KW = 3.447، مفيش موسمية
230-231	متوسطات شهرية وعمود دوري مزاح صف	راجع الحساب (فبراير 2016: 1.541)
246	$pm + (q-p)A + (q/m)A^2$	$pm + (q-p)A - (q/m)A^2$
أمثلة ص98-130	قيم $\hat{Y}$ و$\hat{\beta}$ وF متضاربة في مثال 4/3	$\hat{Y} = 47$، $\hat{\beta}_0 = 22.105$، $\hat{\beta}_1 = 1.1316$، $F = 12.22$
مثال 10/3	$\hat{\beta}$ مرتين بقيم مختلفة، $R^2 = 0.53$ مرة	(133.46، 1.2485−، 0.3510−)، $R^2 = 0.54$
ص280	نسبة «20%» للتلاتة تقييمات	20% و20% و60%

مراجع الكتاب وملحق الجداول (ص256-271)

- ص256-258: قائمة المراجع.
- ص259: غلاف الملاحق. ص260-267: جدول F (Table E). درجات حرية البسط 1-9 في الصفحات الزوجية (260، 262، 264، 266) و10-1000 في الصفحات التانية (261، 263، 265، 267)، ودرجات حرية المقام نازلة في الجنب، وفي كل مقام 5 صفوف لـ α = .100 / .050 / .025 / .010 / .001.
- ص268: جدول t (درجات الحرية n من 1 لـ 100، و∞) / 0.005 / 0.01 / 0.02 / 0.025 / 0.05 / 0.1 = α).
- ص269: جدول χ^2 (درجات الحرية n نازلة، وα = من .995 لـ .01).
- ص270: صفحة وصف المقرر.

إزاي تقرا الجداول؟

F: دور على عمود درجات حرية البسط (k) وصف درجات حرية المقام (n−k−1) عند α = .050. الأمثلة: F(1,8) = **5.32** و F(2,9) = **4.26** (ص262)، و F(1,1) = 161.45 و F(1,7) = 5.59 و F(2,7) = 4.74.

t: بنختار n = درجات الحرية و α/2. t(8; 0.025) = **2.306** و t(9; 0.025) = **2.262** و t(10; 0.025) = 2.228 (ص268).

χ^2: $\chi^2(\alpha=.05)$: درجة حرية 1 = 3.84 و2 = 5.99 و3 = 7.81 و4 = 9.49 و5 = 11.07 و6 = 12.59 و7 = 14.07 و8 = 15.51 و9 = 16.92 و10 = 18.31. ومن عند df=3: 9.35، α=.025، وعند α=.01، df=3: 11.34 (ص269).

احفظها

القاعدة: لو قيمة الاختبار المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية نرفض فرض العدم. وفي t الاختبار ثنائي الاتجاه بنستخدم α/2.

إضافة مني (مش في الكتاب)

الجداول نفسها في الكتاب ص260-269، وبنقراها بنفس الطريقة اللي فوق؛ ما نسختش كل الأرقام هنا عشان الحجم، بس اللي بتحتاجه في أمثلة المذكرة موجود.

الجدول الدراسي (ص278-279)

الأسبوع	المحتوى
1	المفاهيم الأساسية للتنبؤ وأهميته في اتخاذ القرار وأهم طرق التنبؤ الوصفية
2	الطريقة البسيطة والمتوسطات المتحركة والتمهيد الأسي
3	التمهيد الأسي المعدل ونماذج سلاسل ماركوف
4	نموذج الانحدار الخطي البسيط
5	نموذج الانحدار الخطي المتعدد
6	اختبارات جودة التوفيق لنموذج الانحدار المتعدد
7	اختبار المعنوية لمعالم نموذج الانحدار المتعدد وللنموذج ككل
8	امتحان منتصف الفصل الدراسي الأول
9	نموذج الانحدار غير الخطي
10	المفاهيم الأساسية عن السلسلة الزمنية وكيفية تحليلها
11	طرق قياس مركبة الاتجاه العام وتخليص السلسلة من أثره
12	طرق قياس التغيرات الموسمية
13	طرق قياس التغيرات الدورية والعشوائية (ويفيد نموذج ATAR)
14	نموذج باس
15	امتحان نهاية الفصل

انتبه

ترتيب الأسابيع 12-14 في الجدول المطبوع متداخل شوية (الأسبوع 13 مكتوب فيه «ATAR» والأسبوع 14 «باس»). المعتمد: 11 اتجاه، 12 موسمية، 13 دورية وعشوائية في الجدول الأصلي ثم ATAR وباس. راجع ص279 لو محتاج الترتيب بالظبط.

بالتوفيق يا بطل! ذاكر المثال بإيدك مرتين وهتلاقي الفصول كلها سهلة.